



JMPによるロバストプロセスエンジニアリング

SAS Institute Japan 株式会社 JMP ジャパン事業部

2008年9月

はじめに

工程に対するロバストエンジニアリング(Robust Engineering)は、工程変数にばらつき(変動)があるにも関わらず、安定して許容範囲内の製品を製造するための技術です。工程がモデル化された後、与えられた応答の望ましさに基づいた最適な因子の設定を見つけるために、JMPの予測プロファイルが用いられます。しかし、目標の応答に合わせることは目的のほんの一部分にすぎません。変動を最小にもしたいからです。本章の例では、JMPの予測プロファイル、シミュレーション機能を用いて、応答の変動を最小にしながら、応答の目標値に合わせる方法を紹介します。

1. JMPにおける誤差因子の設定

マニュアル「JMP 統計およびグラフ機能ガイド」には、ロバストエンジニアリングの説明として、次のように記載されています。

制御因子のなかにも、応答に影響を与える制御不可能なばらつきはいくらか存在します。応答に伝達されたばらつきを、**伝達変動(transmitted variation)**と呼びます。このようなばらつきのある因子を**誤差因子**といいます。その一部は、環境誤差因子など、まったく制御できない性質のものです。また、平均しか制御できず、標準偏差が制御できない因子もあります。異なる工程や製造段階から生じる中間生産物的な因子は、標準偏差が制御できないケースがほとんどです。

工程をロバストにするには、応答曲面の誤差因子に関して最も平坦なところに目標値を合わせ、誤差因子が工程に及ぼす影響を最小限に抑えるアプローチが最適です。数学的に言えば、各応答を各誤差因子について一次微分した式(1階導関数)が0になるようなところです。なお、JMPでは、微分式が自動的に計算されます。

次章以降では、上記の実行例を示します。

2. 最適な因子の設定と誤差因子を考慮したときの問題点

例で用いるデータを、図1に示します。モデルは、2つの制御因子(c_1, c_2)と、2つの誤差因子(n_1, n_2)の主効果とすべての2次の交互作用を含めます。実験の計画は、JMPのカスタム計画を用いて、実験の回数は12回に設定し、作成しています。この12回の実験に対する応答の値を列「d」に入力しています。ここでの目的は以下のとおりです。

仕様限界と目標値によって定義された不適合率(不良率)を最小にする因子の設定を見つける

	c1	c2	n1	n2	d
1	1	1	-1	1	6.55
2	-1	-1	-1	1	75.83
3	1	-1	-1	-1	81.41
4	-1	1	-1	1	68.09
5	1	-1	1	-1	73.83
6	1	1	1	1	29.6
7	1	1	1	-1	56.16
8	1	-1	-1	1	23.6
9	-1	-1	1	1	34.26
10	-1	1	1	1	57.73
11	-1	-1	1	-1	49.59
12	-1	1	-1	-1	52.88

図 1. 応答変数「d」をもつ計画テーブルの例

「d」は応答の列で仕様限界は40～50です。目標値は仕様限界の中心である45に設定しています。「応答変数の限界」と「仕様限界」の設定を図2に示します。

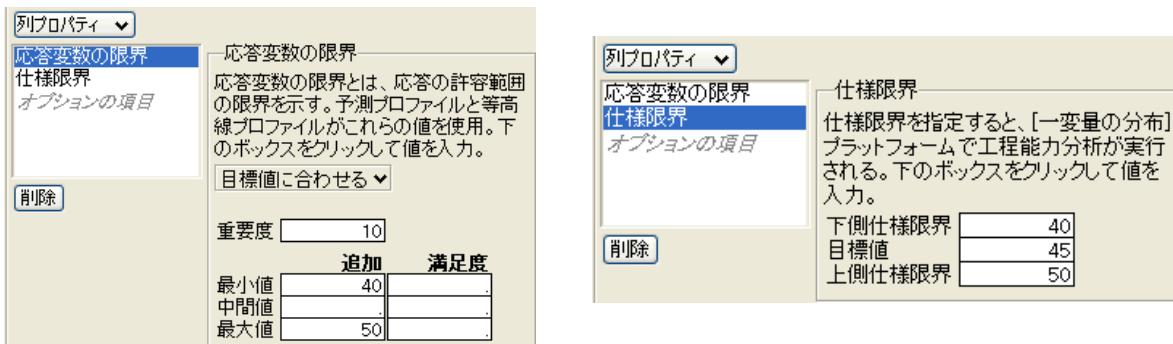


図 2. 応答変数「d」の列プロパティ

データテーブルの左上にあります「Model」という名前のスクリプトを実行しますと、モデルの指定ウィンドウが表示されます。モデル式を確認し、「モデルの実行」ボタンを押します。(図3)

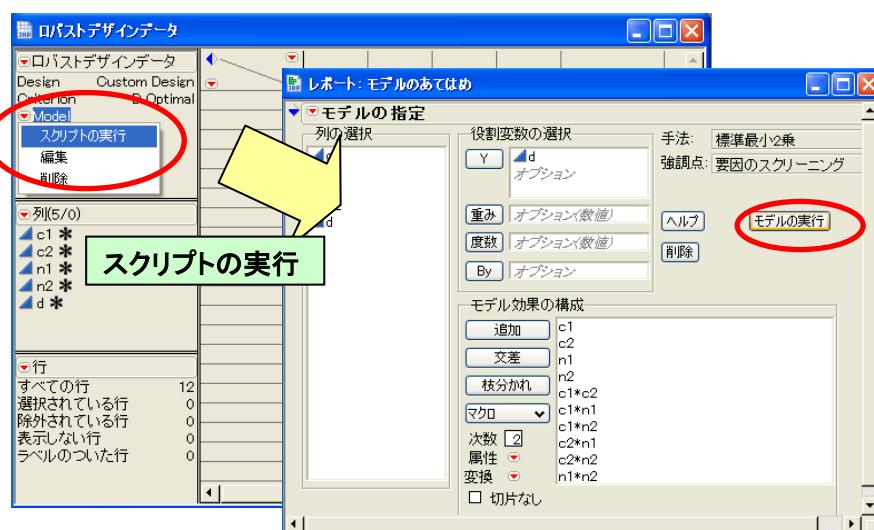


図 3. データテーブルのスクリプトで、モデルのあてはめを実行

結果レポートの下側にあります「予測プロファイル」を表示させます。

ここでは、誤差因子 $n1, n2$ の値をいずれも 0 に固定した状態で、「d」を目標値に一致させるような因子の設定を「満足度の最大化」を用いて求めます。また、この結果を等高線で見るためには「等高線プロファイル」も表示させます。具体的な JMP の操作方法は次のようにになります。

操作手順

- レポート「予測プロファイル」に表示されるグラフ $n1, n2$ それぞれに対し、Alt キーを押しながらグラフ内をクリックすると、因子設定を入力するためのダイアログボックスが開きます。ここで、[因子設定のロック]にチェックを入れて、[OK] ボタンをクリックします。(図 4)
- レポート「応答 d」の左にある赤い三角ボタンより、[因子プロファイル] > [等高線プロファイル] を選択し、等高線プロファイルを表示させます。
- レポート「予測プロファイル」に表示される赤い三角ボタンより、[因子設定] > [すべてのプロファイルを連動] を選択します。これでこのメニューにチェックが入ります。
- #3 同じ箇所の赤い三角ボタンより、[満足度の最大化] を選択します。



図 4. 因子の設定ダイアログボックス

図 5 は、満足度の最大化を行った後の予測プロファイルです。(誤差因子が $n1=0, n2=0$ の状況で) 制御因子の設定値は、 $c1=0.921167, c2=-0.49372$ となり、このとき、応答変数 d の値は 45 になります。これは応答の目標値に一致します。(注意: 目標値を達成する因子設定の組み合わせは1つとは限らないので、分析結果がここで紹介するものと一致しないこともあります。)

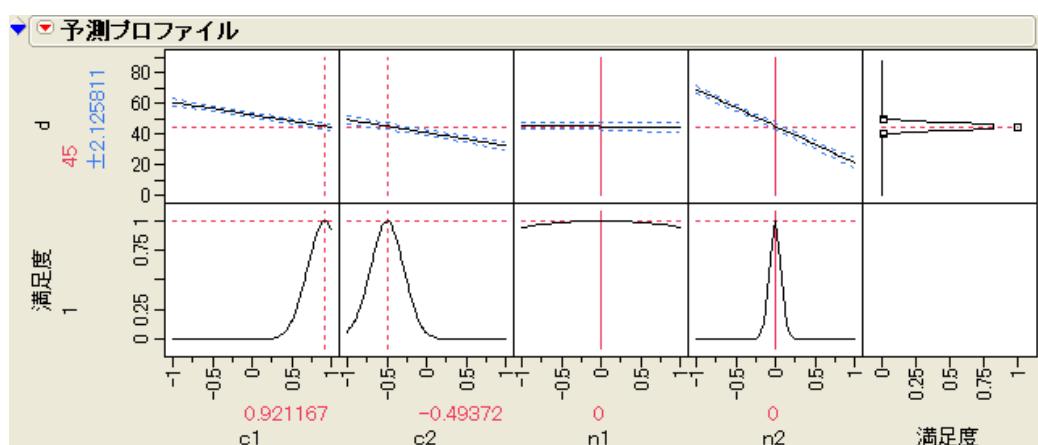


図 5. 満足度の最大化後の予測プロファイルの表示

満足度の最大化で指定した因子設定と応答との関係を、等高線プロファイルで考察します。(図 6)

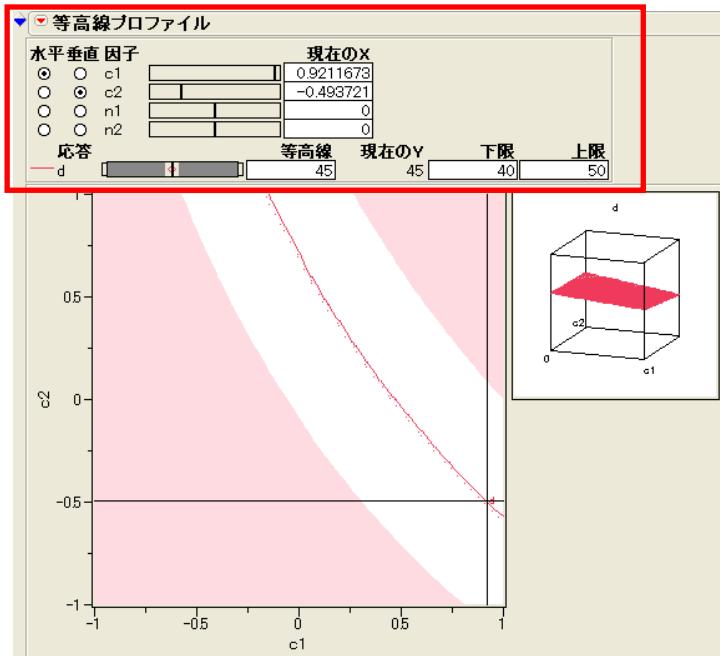


図 6. 等高線プロファイル

応答の目標値は 45 で、仕様限界は 40~50 です。赤色の線(ラベル”d”で表示)は、 $d=45$ の等高線であり、陰のない白い領域は、仕様限界内を示します。今回の例において、 $c_1=0.921167$ 、 $c_2=-0.49372$ は、この等高線上に位置する点になりますが、あくまでも等高線上に位置するひとつの例になります。この等高線上のすべての点は、 d に対する目標値に合うことになります。

また、この設定は、誤差因子 n_1, n_2 がすべて 0 のときのものです。実際、誤差因子は任意に指定することができます、実験のたびに変動するものです。そのため、誤差因子が変動しても常に目標値に近づけられるような制御因子の設定、すなわちロバストな設定をすることが目標になります。

指定された仕様限界と目標値に対する、これらの因子設定の有効性を評価するために、JMP のシミュレータの機能を用います。

予測プロファイルの左にある赤い三角ボタンより、「シミュレータ」を選択します。ここで誤差因子 n_1, n_2 に対しては、それぞれ平均 0、標準偏差 0.4 のパラメータをもつ正規分布からのランダムな値が割り当てられます。

また、応答変数の値も、モデルにおける因子だけでなく、ランダムな誤差による影響も受けると考え、標準偏差 1 をもつ正規分布に従う、ランダム誤差を加えます。(図 7)

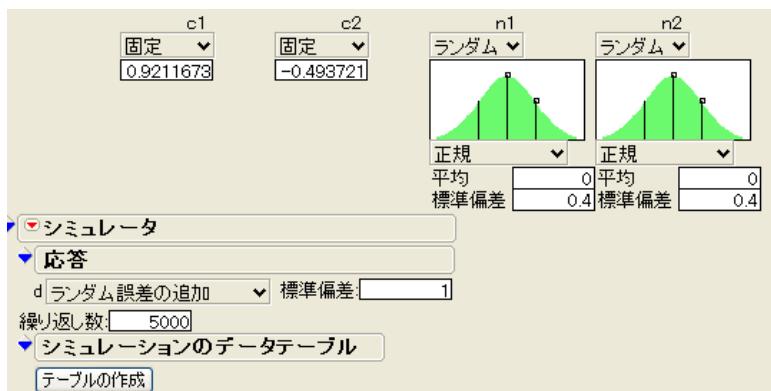


図 7. シミュレータの設定

シミュレータの設定を完了しましたら、予測プロファイルの右側にあります[シミュレート] ボタンをクリックします。これにより、不適合の割合が表示されます。(図 8) ただし、ここで表示される不適合の割合は、「繰り返し数」に指定された回数(ここでは 5000)のシミュレーションにより求めたものになりますので、[シミュレート] を実行するたびに値は変動します。

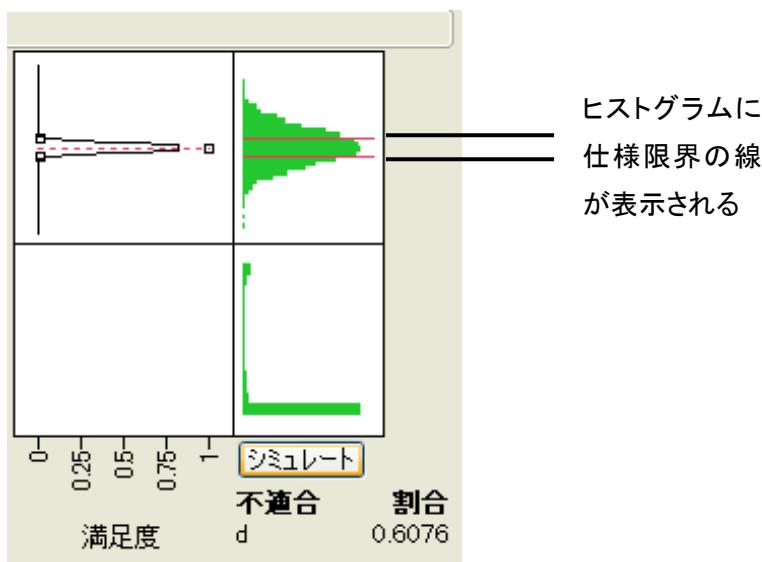


図 8. シミュレートによる不適合の割合

シミュレーションは、以下の流れで行っております。

シミュレーションのステップ

1. c_1, c_2 は固定値 ($c_1=0.921167, c_2=-0.49372$)、 n_1, n_2 はそれぞれ平均 0、標準偏差 0.4 をパラメータにもつ正規分布より、ランダムに値を抽出します。
2. #1 の値を、モデルの予測式に代入し、応答の値 y^* を求めます。

予測式

```
49.5071875
+-9.441875*c1
+-6.235625*c2
+-4.601875*n1
+-10.53203125*n2
+c1*c2*-2.444375
+c1*n1*8.469375
+c1*n2*-10.56046875
+c2*n1*7.685625
+c2*n2*7.75296875
+n1*n2*0.05953125
```

3. #1,#2 をシミュレーションの回数 (=5000 回) 繰り返し、 $y^{*1}, y^{*2}, \dots, y^{*5000}$ を作成します。
4. $y^{*1}, y^{*2}, \dots, y^{*5000}$ で、仕様限界外の個数を def# と表したとき、不適合の割合は、 $(\text{def}\#) \div 5000$ で計算します。

今回の因子設定では、不適合の割合はおよそ 60%となり、半分以上が仕様限界外になることが分かります。これでは、到底受け入れられません。今回、満足度の最大化により指定した因子設定で、応答を目標値に合わせることはできましたが、シミュレーションの結果から、誤差因子 n_1, n_2 に対してロバストな設定となっていないことがわかりました。

3. 工程をロバストにするアプローチ

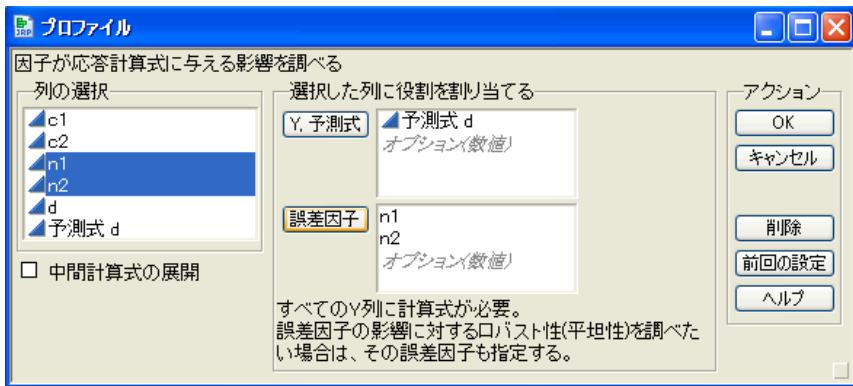
誤差因子に影響を受けない制御因子の因子設定、すなわち工程をロバストにするアプローチは JMP のプロファイルというメニューで行うことができます。

1. 応答 d の左にある赤い三角ボタンより、[列の保存] > [予測式] を選択します。

	c_2	n_1	n_2	d	予測式 d
1	1	-1	1	6.55	6.433125
2	-1	-1	1	75.83	75.713125
3	-1	-1	-1	81.41	81.4684375
4	1	-1	1	68.09	68.2653125
5	-1	1	-1	73.83	73.713125
6	1	1	1	29.6	29.6584375
7	1	1	-1	56.16	56.2184375
8	-1	-1	1	23.6	23.6584375
9	-1	1	1	34.26	34.3184375
10	1	1	1	57.73	57.613125
11	-1	1	-1	49.59	49.6484375
12	1	-1	-1	52.88	52.8215625

データテーブルの最後の列に予測値が追加されます。

2. [グラフ] > [プロファイル] を選択し、#1 で作成した「予測式 d 」を[Y,予測式]に、誤差因子 n_1, n_2 を [誤差因子]に指定します。



3. 予測プロファイルのレポート左にある赤い三角ボタンより、[満足度の最大化] を選択します。

図 9 は、満足度の最大化を行ったときのプロファイルの結果を示します。

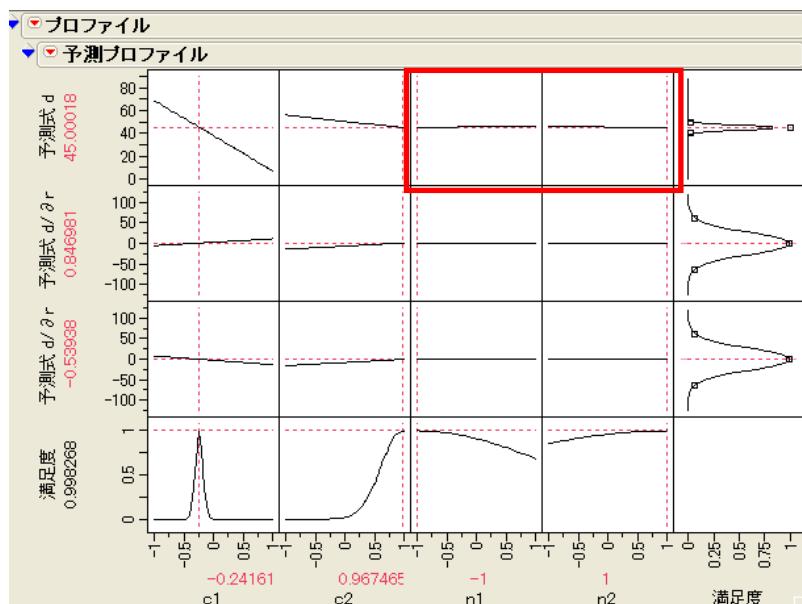


図 9. 予測式と誤差因子に対し、満足度の最大化を行った後のプロファイル表示

工程をロバストにするには、応答曲面の誤差因子に関して最も平坦なところに目標値を合わせ、誤差因子が工程に及ぼす影響を最小限に抑えるアプローチが最適です。数学的に言えば、各応答を各誤差因子について一次微分した式(1 階導関数)が 0 になるようなところです。具体的には、(予測式 d を n_1 で偏微分した式) $\hat{=} 0$ かつ(予測式 d を n_2 で偏微分した式) $\hat{=} 0$ という条件を加えることになります。JMPでは、微分式に満足度の値を指定することによって、この条件を指定することができます。

プロファイルメニューで誤差因子を設定したとき、予測プロファイルに誤差因子で偏微分した微分式のプロファイルが追加され、この式に対して、値 0 で満足度が 1 に近くなるような満足度の設定が自動的に行われます。図 10 は、図 9 の2行目(予測式を n_1 で偏微分)の満足度の設定を示します。(満足度のグラフをダブルクリックすることによって表示できます。)



図 10. 満足度の設定

そのため、満足度の最大化では、”目標値に近づける”かつ”誤差因子で偏微分した予測式が 0 に近づける”ように因子の設定値を求めていることになります。

満足度の最大化の結果、図 10 の右上に表示される誤差因子 n_1, n_2 の予測式のグラフは、平坦になっていることがわかります。これは、誤差因子の変動に関してロバストであることを示しています。

再度、シミュレータを用いて不適合の割合を調べてみます。(図 11)

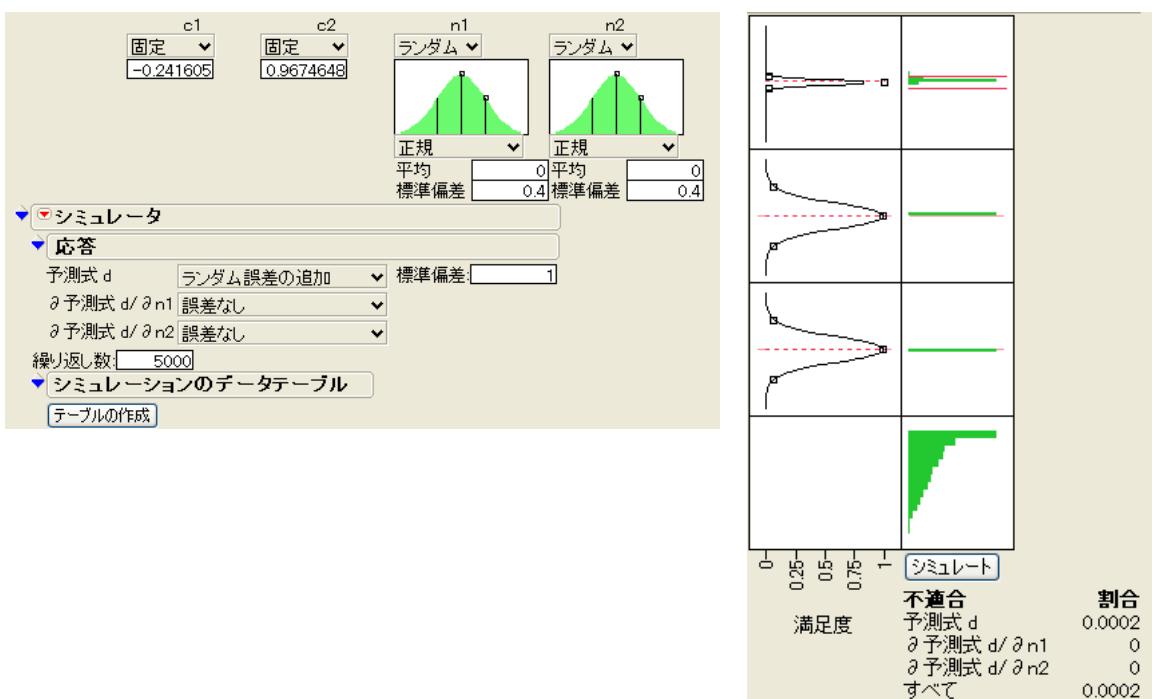


図 11. シミュレータの設定と不適合の割合

このケースでの不適合の割合は 0.0002(0.02%) となり、ほとんど不適合品がない状況です。これは、最初に調べた不適合の割合約 60%と比べて、飛躍的に改善されています。

4. まとめ

2章、3章で紹介した例は、ロバストプロセスエンジニアリングの必要性を示し、JMPでの実行法をご紹介しました。このプロセスを JMPで行うための手順を以下に再掲します。

JMPを用いたロバストプロセスエンジニアリング

1. 誤差因子と、誤差因子と制御因子の交互作用を含む実験とモデルについて検証します。実際は、カスタム計画を用いて、実験を作成し、その実験に対して、応答値を入力します。
2. モデルをあてはめた後、応答因子に対して予測式を保存します。
3. グラフメニューにある「プロファイル」で、予測式と誤差因子を指定します。
4. 予測プロファイルで満足度の最大化を行います。
5. #4で求めた最適な因子の設定がロバストかどうか検証するために、シミュレータを用いて不適合の割合を求めます。

・このドキュメントは、開発元の米国で発行しています「JMPer Cable」の中の記事を元に、内容を追加、改訂して日本語化しております。

JMPer Cable

<http://www.jmp.com/about/newsletters/jmpercable/itunes.shtml>

Issue 19 Winter 2006

- ・ 本資料は、JMP 7の機能をもとに作成しております。そのため JMP 7以前のバージョンでは、搭載されていない機能もご紹介しております。
- ・ 誤差因子を指定できる機能は、JMP 6.0.2 以降のバージョンで搭載されています。またグラフメニューの「等高線プロファイル」、「カスタムプロファイル」のメニューからも指定することができます。