

曲线数据测量系统分析

白皮书

目录

测量系统分析.....	1
函数数据分析.....	2
动机和背景.....	3
目标.....	4
GRR 研究设计	5
方法.....	6
第 1 步：用 FDE 估计平均部件拔出力函数.....	6
第 2 步：计算残余拔出力.....	7
第 3 步：拟合随机效应模型.....	8
第 4 步：计算 GRR 并将此结果应用于弹簧指南或规格界限.....	8
展望.....	9
结语.....	9
参考文献.....	9

作者

Astrid Ruck, Autoliv B.V. & Co.KG 高级统计学专家
Chris Gotwalt, SAS JMP 统计研究和开发总监
Laura Lancaster, SAS JMP 首席研究统计师开发员

测量系统分析

测量系统分析 (MSA) 是一个测量过程，不仅包括测量系统、设备和部件，还包括进行测量的整个过程涉及的操作员、方法和技术。图 1 给出了一个可以使用的方法流程图。

1 类、线性和稳定性研究基于主要部件或参考部件，用于评估测量值偏倚和（组内）设备变异（重复性）。2 类和 3 类 GRR 研究将测量总变异分解为重复性和再现性变异的方差分量。GRR 一词来自美国汽车工业行动集团，表示“量具重复性和再现性”。本文的重点将放在 2 类 GRR 研究上，其中再现性与操作员、操作员-部件交互作用的变异有关。方差分析通常用于估计平衡研究中的 2 类 GRR 模型，但限制最大似然法 (REML) 是一种更好的方法，即使研究失衡，操作员不随机，该方法也有效，即他们可以被视为难以更改的因子。JMP® 中提供了 REML，REML 是我们研究中使用的估计方法。

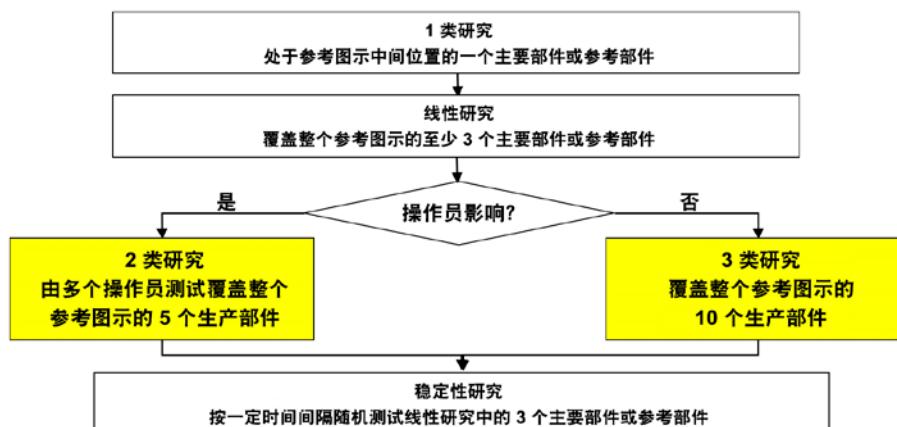


图 1: MSA 过程

为了更好地了解测量系统的准确度，务必要为 MSA 研究选择覆盖了参考图示 (RF) 范围的部件，其中范围基于过程 $RF = 6s$ 或基于容差 $RF = T = USL - LSL$ ， s 表示过程标准差，USL 表示上规格限，LSL 表示下规格限。在本文中，我们使用基于容差的方法，因为它让具有相同容差宽度的分析具有可比性。

如果一个测量系统的准确度高，那么它的不确定性（或变异）就会低。准确度越高，将良好部件误分类为不良部件以及将不良部件误分类为良好部件的风险就越低，请参见图 2。³ 基于容差的 GRR 对过程能力指标 Cp 的影响，请参见图 3, p. 202。¹ 根据 Autoliv 检验标准 ATS024，实际 Cp 和观测 Cp 之间的差值 $\%GRR \leq 10\%$ 时，表示结果非常好； $10\% < \%GRR \leq 20\%$ 时，表示结果可接受； $20\% < \%GRR \leq 30\%$ 时，表示结果勉强可接受。²

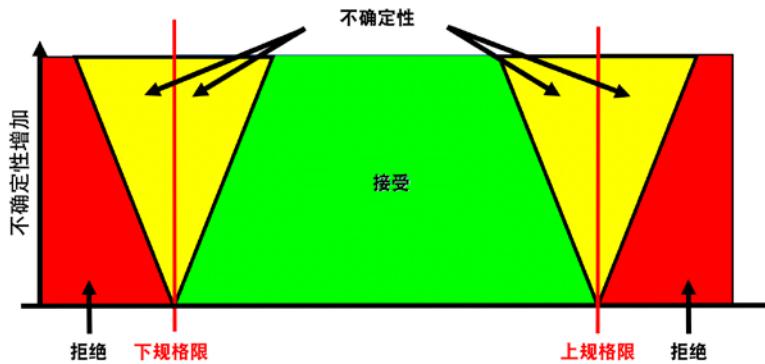


图 2: 不确定性的影响

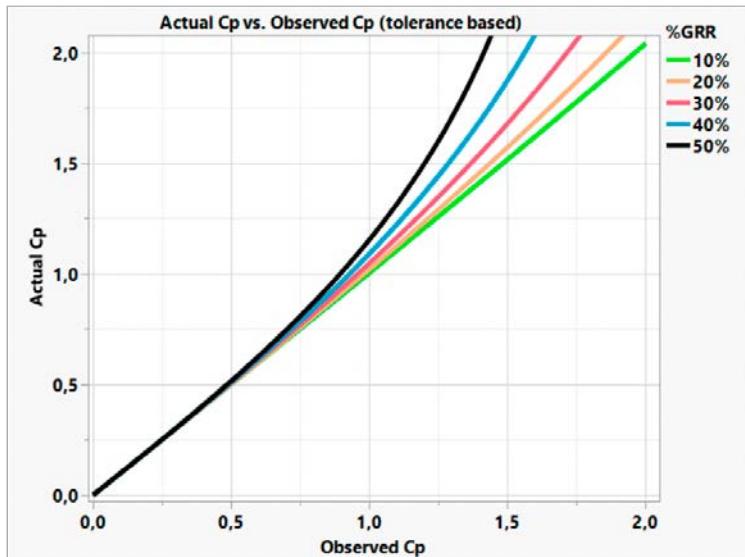


图 3: 实际 Cp 与观测 Cp

函数数据分析

数据通常以函数、曲线或刻画的形式出现。我们将这类数据称为函数数据，而函数数据分析就是对这类数据进行研究。JMP Pro 中的函数数据分析器 (FDE) 平台提供函数数据分析，这是一个强大的平台，通过它可以探索任何类型的函数数据。FDE 使用 B 样条、P 样条或傅里叶基函数来拟合函数模型。它还可以执行函数主成分分析，并将数据转换为可由 JMP 中的其他统计平台分析的形式，从而减少数据的维数。

动机和背景

Autoliv 是世界领先的汽车安全部件制造商，产品包括安全带、安全气囊和主动安全系统。使用安全带能大大降低交通事故中的死亡率。因此，必须确保安全带的功能性和舒适度。安全带的拔出力和收缩力是影响安全性和舒适度的重要因素。为了测试这两种力，我们使用了拔出力/收缩力测试装置（图 4），来模拟车辆中的安全带性能。在测试中，织带被拉出，并在一个移动小车的驱动下缠绕起来。安全带根据相应的汽车位置被固定。对收缩力进行测试，证实安全带与乘客之间有足够的接触力，下规格限能确保乘员的安全。拔出力表示紧固安全带时的舒适性能，它不得超出上规格限。此拔出力/收缩力测试装置输出了力与距离的关系曲线。图 5 中显示了拔出/收缩曲线及其对应的规格界限。仔细观察图 5 中拔出力波动曲线的放大部分，我们会发现这些曲线存在一个细微的半周期结构。这些曲线内的波动是由拔出和收缩时卷轴旋转引起的。

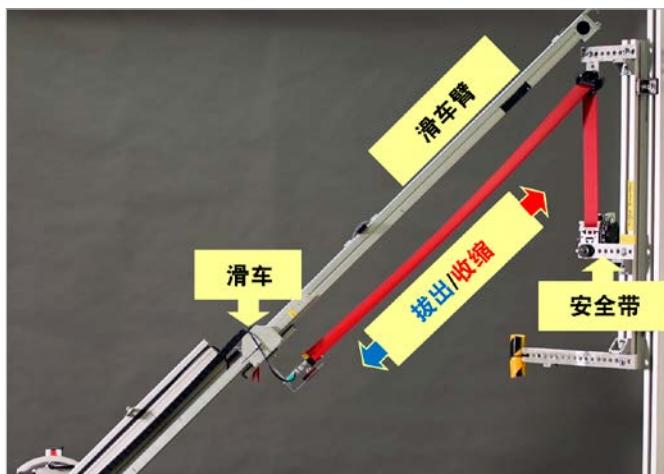


图 4：拔出力/收缩力测试装置

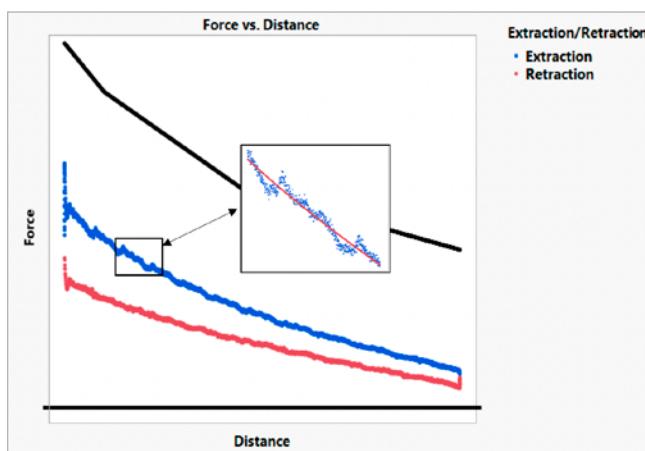


图 5：力与距离之间的关系曲线以及规格界限

目标

我们想研究在弹簧厚度不同时，紧固不同类型安全带的舒适性能，这样我们就能为需要特定紧固性能的客户制定弹簧指南。由于影响紧固舒适度的是拔出力曲线，因此我们将重点放在拔出力曲线上。图 6 深入介绍了安全带内部的弹簧与卷轴功能。弹簧厚度越小，拔出力越小，见图 7。我们的目标是制定弹簧指南，但在此之前，我们需要了解这些拔出力曲线测量系统的变异。

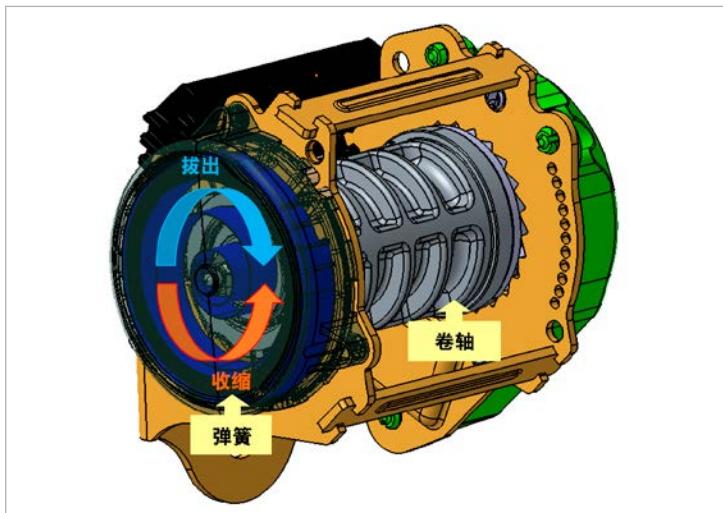


图 6：安全带中的弹簧

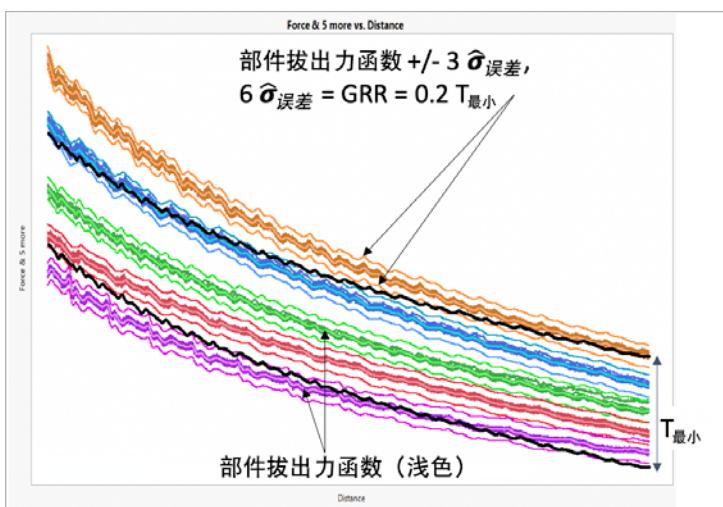


图 7：力和力的P样条函数（浅色）与距离

GRR 研究设计

根据 Autoliv's 针对 2 类 GRR 研究的标准过程，我们在三位经验丰富的操作员的帮助下测试了五种不同的安全带。我们进行了一项交叉研究来解释操作员和部件之间的交互作用。每位操作员在相同条件下对五种不同的安全带进行了五次测试，得到了 75 个拔出力-距离曲线数据。交叉 MSA 模型为：

$$y_{ijk} = \mu + o_i + p_j + op_{ij} + r_{ijk},$$

其中， y_{ijk} 表示第 i 位操作员对第 j 个部件进行的第 k 次测量。该模型的参数 $o_i \sim N(0, \sigma_o^2)$ 、 $p_j \sim N(0, \sigma_p^2)$ 、 $op_{ij} \sim N(0, \sigma_{op}^2)$ 和 $r_{ijk} \sim N(0, \sigma_r^2)$ 均为自变量，分别表示操作员、部件、操作员-部件交互作用以及随机误差的影响。重复性是随机误差的方差分量 σ_r^2 ，再现性是操作员和操作员-部件交互作用的方差分量之和 $\sigma_o^2 + \sigma_{op}^2$ 。因此，GRR 的定义为：

$$GRR = 6 \cdot \hat{\sigma}_{\text{误差}}^2 = 6 \cdot \sqrt{\hat{\sigma}_{\text{再现性}}^2 + \hat{\sigma}_{\text{重复性}}^2} = 6 \cdot \sqrt{\hat{\sigma}_o^2 + \hat{\sigma}_{op}^2 + \hat{\sigma}_r^2},$$

其中 Sigma 乘数 "6" 用于 99.73% 变异。

由于我们的目标是制定弹簧指南，因此我们需要知道测量系统可接受的容差范围 T ，即 $\%GRR = GRR/T * 100 \leq 20\%$ 。换言之，如果 $\%GRR = 20\%$ ，则 $T_{\text{最小}} = 5GRR$ 是可接受测量系统的最小容差带宽。如果 $\%GRR = 20\%$ ，则 $6\hat{\sigma}_{\text{误差}} = GRR = 0.2T_{\text{最小}}$ ，且只能检测到大于 $0.2T_{\text{最小}}$ 的弹簧效应，否则置信界限会重叠。

我们 GRR 研究中的数据出现了几大挑战。最大的挑战是每个测量值都是曲线数据。尽管每次测试的测量结果都是拔出力-距离曲线，但这些曲线是按等时间间隔收集的，而不是按距离。如果每隔一定距离有重复的数据，我们可以用更传统的方法来分析研究，方法是在距离域中执行大量的传统 GRR 研究（3,800 个）。其他挑战是力-距离曲线有不同的长度，因为每次测量的计算时间略有不同，而且数据集有 285,000 多行。

2 类 GRR 研究非常普遍并且众所周知，其每次测试的测量值为单一值，但是关于每个测量输出是曲线数据的测量研究很少。回顾图 5 中拔出力曲线的波动半周期结构。简单的多项式拟合将不足以拟合这些类型的曲线，而 JMP Pro 中的 FDE 平台则能很好地拟合这些曲线。本文介绍了我们在 JMP Pro 15 中使用 FDE 和混合模型平台对这些函数数据进行 GRR 研究的方法。

方法

以下部分介绍了我们进行这种函数数据 GRR 研究的方法：

1. 利用 FDE 进行灵活模型拟合，估计各部件的平均拔出力曲线，并将这些平均函数视为理想的部件拔出力函数。
2. 从原始拔出力数据中减去部件拔出力函数模型预测值，计算残余拔出力。
3. 利用残余拔出力来估计操作员、操作员-部件交互作用和随机误差的方差分量，拟合随机效应模型。
4. 计算 GRR 并将此结果应用于弹簧指南或规格界限。

第 1 步：用 FDE 估计平均部件拔出力函数

我们的第一步是通过 JMP Pro 15 中的 FDE 平台将灵活的模型拟合到拔出力与距离的关系曲线上，来估计每个部件的平均拔出力函数。图 8 显示了 FDE 平台的启动对话框，其中，“力”作为“Y, 输出”；“距离”作为“X, 输入”；“部件编号”作为“ID, 函数”。启动平台并对原始数据和汇总图进行检查后，我们选择使用 P 样条模型拟合数据。在 JMP 15 中，通过热点可以直接选择“P 样条模型控制”，以节省计算时间，尤其是当每个曲线有许多行时。图 9 中的模型选择报告显示，带有 500 个结点的线性 P 样条模型是最佳拟合。我们已经在图 7 中显示了原始拔出力与距离曲线数据的关系图，按部件着色，得到的 P 样条拟合力函数数据叠加着浅色。

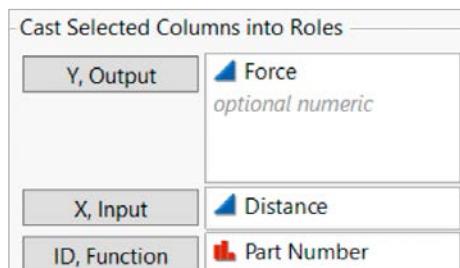


图 8：FDE 对话框

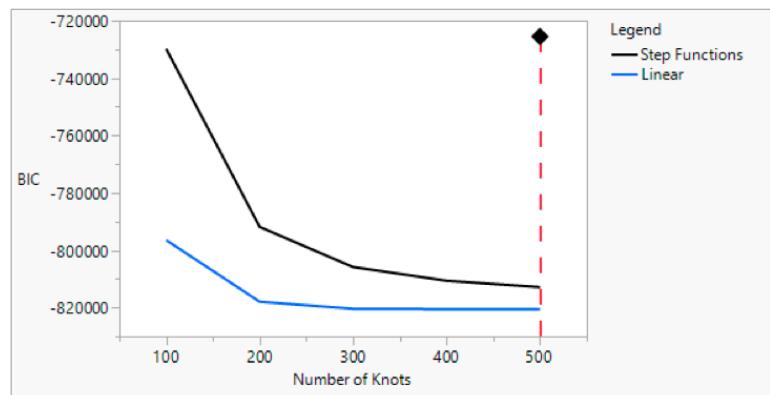


图 9：模型选择

图 10 显示了“预测值-实际值”和“预测值-残差”诊断图。由于残差非常小，且为零时具有对称性，因此我们将 P 样条拟合（力的条件预测公式）保存到我们的原始数据表中。我们将这些 P 样条拟合函数称为部件拔出力函数。

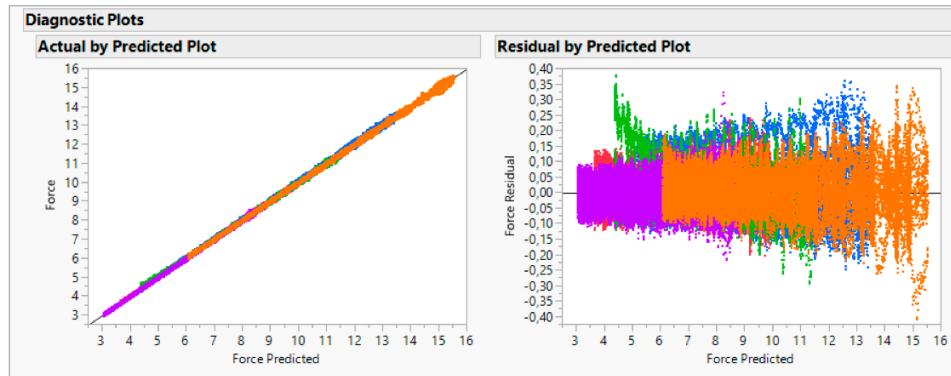


图 10：诊断图

第 2 步：计算残余拔出力

由于通过 FDE 结合了所有重复和操作员测量来拟合 P 样条部件拔出力函数，这些函数中的每一个函数都将 GRR 研究所需的由于操作员（再现性）和随机误差（重复性）而引起的变异进行平均处理。通常，残余拔出力等于原始拔出力减去部件拔出力。该差值消除了由于部件效应、距离和曲线内的波动引起的变异。因此，残余拔出力仅包含因操作员和随机误差引起的变异。图 11 显示了部件和操作员的残差和距离图。由于发现短距离的残差大于长距离的残差，因此我们正在改进拔出力/收缩力测试装置。

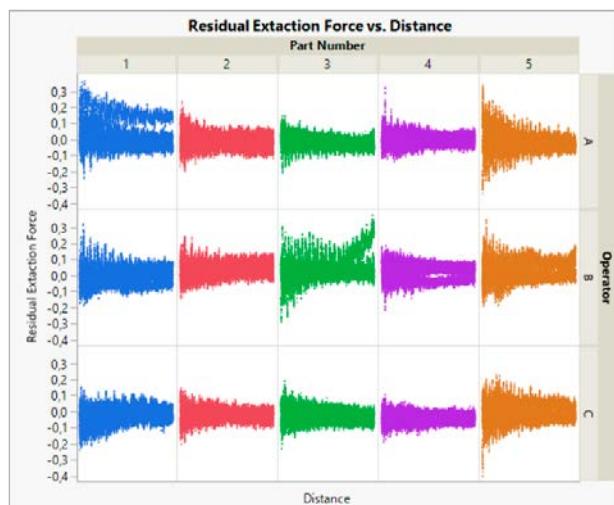


图 11：残差与距离

第 3 步：拟合随机效应模型

接下来我们拟合一个没有部件效应的随机效应模型，这样我们就可以估计操作员、操作员-部件交互作用和随机误差的方差分量。我们通过 JMP Pro 15 中的混合模型平台来拟合此模型。图 12 显示了混合模型平台的启动对话框，其中残余拔出力取 “Y”，将操作员和操作员-部件编号交互作用添加为 “随机效应”。我们还需要取消选定 “无界限方差分量” 复选框，因为在 MSA 模型中，负方差分量没有意义。图 13 给出了总方差估计值分解为 GRR 2 类研究中所需的方差分量估计值的结果。

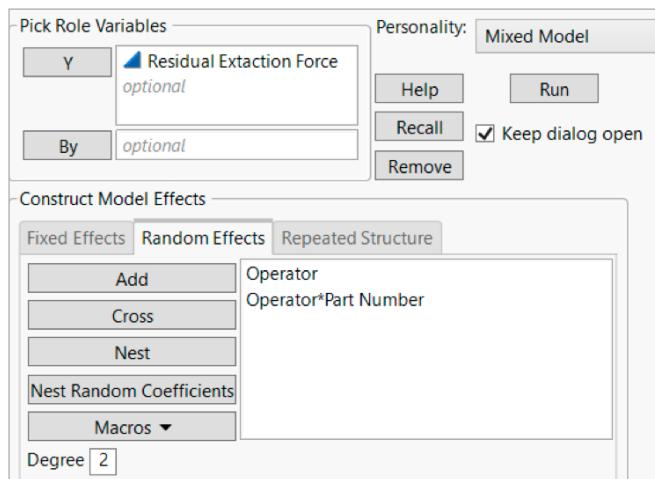


图 12：混合模型对话框

Random Effects Covariance Parameter Estimates		
Variance Component	Estimate	Std Error
Operator	0,000603	0,0006485
Operator*Part Number	0,000226	9,2333e-5
Residual	0,0025859	6,8493e-6
Total	0,003415	0,0006525

图 13：方差分量估计值

第 4 步：计算 GRR 并将此结果应用于弹簧指南或规格界限

基于操作员、操作员-部件交互作用和随机误差的方差分量，并根据第 5 页的定义，GRR 的算法为

$$GRR = 6 \cdot \sqrt{\hat{\sigma}_o^2 + \hat{\sigma}_{op}^2 + \hat{\sigma}_r^2} = 6 \cdot \sqrt{0.000603 + 0.000226 + 0.00025859}.$$

最后，可以通过 $\%GRR = GRR/T \times 100 \leq 20\%$ 算出最小容差范围 T 。这表示根据弹簧指南，只能检测到弹簧厚度大于 $0.2T_{\text{最小}} = 6\hat{\sigma}_{\text{误差}} = GRR$ 的效应。FDE 与多项式方法的比较表明，在本例中，FDE 将设备变异（重复性）减少了 10% 以上。

拔出力 GRR 的结果也可以应用于图 7 所示的上规格限。由于仅给出了一个界限值，可以通过必需的过程能力 Ppk 计算参考数据，即 $RF = 6s = 2(\text{Min}(\text{USL}-x_{\text{nom}}))/Ppk$ ，其中 $\text{Min}(\text{USL}-x_{\text{nom}})$ 表示上规格限与黄金曲线之间的最短距离。如果没有能力要求，则设 $Ppk = 1$ 。此方法的优势是让具有相同界限的不同 MSA 分析具有可比性。

展望

下一步，我们将根据安全带类型进行单独的 MSA 研究，进一步减少测量变异。很显然，FDE 将帮助我们根据安全带类型制定弹簧指南，因为可以加载拔出力“黄金曲线”为目标函数。

最近，我们成功地将 FDE 和混合模型应用到相机的 GRR 3 类研究上，用于测量在切割过程中可充气安全带的接缝和切割边缘之间的距离。由于切割过程具有破坏性，且 GRR 3 类研究只关注重复性，所以每条曲线都单独用 FDE 拟合。

结论

FDE 和混合模型平台是将 MSA 研究推广到曲线数据非常有效且重要的方法。大多数过程和测试都有曲线作为输出。到现在为止，我们还无法利用完整的曲线数据来标准化 MSA 过程。我们不得不限制自己使用曲线的最大值或曲线之间的面积作为每项测试的测量输出，因而丢失了大量信息。

我们非常喜欢通过 JMP Pro 15 快速简便地解决曲线数据的 MSA 这个复杂而重要的问题。据我们所知，任何其他出版物似乎都未讨论过用商业软件将这类 MSA 推广到曲线数据。

参考文献

- [1] AIAG, Measurement Systems Analysis, 4th edition (2010)
- [2] Autoliv Test Standard ATS 024 (2012)
- [3] Gage Acceptance and Measurement Uncertainty According to Current Standards, E. Dietrich, A. Schulze, S. Weber, Hanser-Verlag (2011)
- [4] VDA, Capability of the Inspection, Measuring and Test Processes, Volume 5, 2nd Ed. (2010)

关于 SAS 和 JMP

全球分析领导者 SAS 于 1989 年开发了 JMP（发音为 “jump”），科学家、工程师和其他数据分析师能够通过可视化和交互式的方式深入挖掘和分析数据。如今，JMP 已由一款单一产品发展成为一个统计发现工具系列，JMP 产品家族中的每款产品都是针对特定需求而量身定制的。SAS 联合创始人兼执行副总裁 John Sall 负责领导 JMP 事业部。

